Mathématiques 3e - Devoir n° 1 (à rendre le 16 septembre 2011).

Objectif du Devoir : Révisions : *Calcul fractionnaire – Equations – Thalès - Pythagore*

==

Exercice 1

Calculer A, B, C, D, et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A=\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)\qquad B=\frac{11}{7}-\frac{3}{7}*\frac{1}{9}\qquad C=\frac{2+\frac{1}{7}}{2-\frac{1}{7}}$$

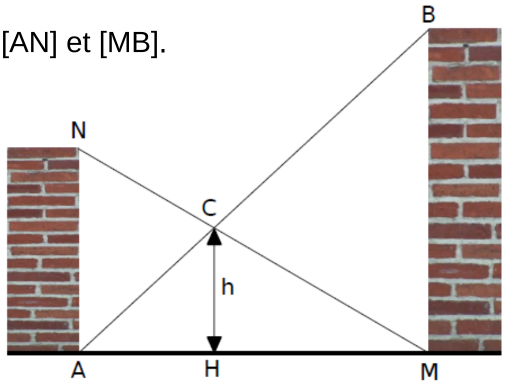
Exercice 2

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre x.
- Le multiplier par 5.
- retrancher 4 au résultat.

1) Calculer le résultat pour : x = 0, x = 4/3.
2) Trouver le nombre de départ pour obtenir : 0 et 20.
3) Pour quelle valeur de x le nombre final est-il égal au nombre de départ ?.

Exercice 3.



Un chemin horizontal de largeur AM est bordé par deux murs verticaux [AN] et [MB].
Deux poutres [AB] et [MN] barrent le passage du chemin.
On veut déterminer la hauteur h du point d'intersection de ces deux poutres.
Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.
On note : AH = d_1, HM = d_2 et $d_1 + d_2 = d$ = distance entre les deux murs *(inconnue)**
On donne : AN = 120 et MB = 180.

1)En explicitant le théorème de thalès dans le triangle AMN *{avec les parallèles (AN) et (CH)}*

montrer que $\frac{h}{120}=\frac{d_1}{d}$. *Puis avec le triangle ABM, montrer que* $\frac{h}{180}=\frac{d_2}{d}$

2) Prouver alors que $\frac{h}{120}+\frac{h}{180}=1$. En déduire la hauteur h.

*__remarque__ : la hauteur h trouvée ne dépend pas de l'écartement des murs !!.

Exercice 4.

ABCD est un rectangle, *AB = 3cm* et *BC = 10cm* et *I* est le point du coté *[BC]* tel que *BI = 1cm.*

a. Faire une figure.
b. Calculer AI^2 et DI^2.
c. Montrer que le triangle *AID* est rectangle en *I*.

Exercice 1 Calculer A, B, C et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A=\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\right)\div\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)=\left(\frac{6}{15}-\frac{5}{15}\right)\div\left(\frac{9}{12}+\frac{2}{12}\right)=\left(\frac{1}{15}\right)\div\left(\frac{11}{12}\right)$$

$$=\frac{1}{15}\times\frac{12}{11}=\frac{12}{165}=\boxed{\frac{4}{55}}$$ *(1,5 pt)*

$$B=\frac{11}{7}-\frac{3}{7}*\frac{1}{9}=\frac{11}{7}-\frac{1}{21}=\frac{33}{21}-\frac{1}{21}=\boxed{\frac{32}{21}}$$ *(2 pt)*

$$C=\frac{2+\frac{1}{7}}{2-\frac{1}{7}}=\frac{\frac{14}{7}+\frac{1}{7}}{\frac{14}{7}-\frac{1}{7}}=\frac{\frac{15}{7}}{\frac{13}{7}}=\frac{15}{7}\times\frac{7}{13}=\boxed{\frac{15}{13}}$$ *(1,5 pt)*

Exercice 2 Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre x.
- Le multiplier par 5.
- retrancher 4 au résultat.

1) Calculer le résultat pour : x = 0, x = 4/3.

Pour x = 0 : $0*5-4=\boxed{-4}$ *(0,5 pt)*

Pour x = 4/3 : $\frac{4}{3}*5-4=\frac{20}{3}-\frac{12}{3}=\boxed{\frac{8}{3}}$ *(0,5 pt)*

2) Trouver le nombre de départ pour obtenir : 0 et 20.

Pour un nombre x donné, le résultat du programme sera x × 5 -4 ou 5x - 4

Il faut ici résoudre deux équations simples

5x -4 = 0 soit 5x = 4 ; x = $\boxed{\text{4/5 ou 0,8}}$ *(1 pt)*

5x -4 = 20 soit 5x -4 +4 = 20+4 ; 5x = 24 ; x = $\boxed{\text{24/5 ou 4,8}}$ *(1 pt)*

3) Pour quelle valeur de x le nombre final est-il égal au nombre de départ ?.

Il faut résoudre une équation un peu plus complexe…

5x -4 = x ;

5x -4 -x = x -x *(on ajoute « -x » aux deux membres pour « annuler (détruire) les x à droite »*

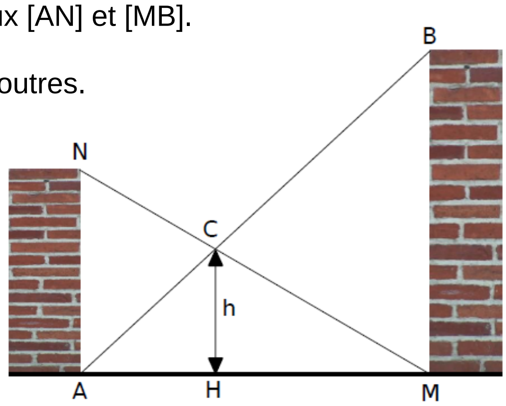
4x -4 = 0

4x = 4

x =4/4 = $\boxed{1}$ *(2 pt)*

Exercice 3.

Un chemin horizontal de largeur AM est bordé par deux murs verticaux [AN] et [MB].
Deux poutres [AB] et [MN] barrent le passage du chemin.
On veut déterminer la hauteur h du point d'intersection de ces deux poutres.
Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.
On note : AH = d_1, HM = d_2 et $d_1 + d_2 = d$ = distance entre les deux murs *(inconnue)**
On donne : AN = 120 et MB = 180.



1) En explicitant le théorème de thalès dans le triangle AMN *{avec les parallèles (AN) et (CH)}* montrer que $\frac{h}{120} = \frac{d_2}{d}$.

Puis avec le triangle ABM, montrer que $\frac{h}{180} = \frac{d_1}{d}$

Le segment [CH] (hauteur) est parallèle aux murs [AN] et [MB] car ils sont verticaux tous les trois. Nous allons donc utiliser deux configurations de Thalès (dans les triangles AMN et ABM) pour démontrer les égalités demandées :

Dans le triangle AMN :

C appartient à (MN)
H appartient à (AM)
la droite (CH)est parallèle à la droite (AN)
d'après le théorème direct de Thalès on a :

$$\frac{MH}{MA} = \frac{MC}{MN} = \frac{CH}{AN} \quad \text{soit} \quad \frac{d_2}{d} = \frac{MC}{MN} = \frac{h}{120} \quad \text{et donc} \quad \boxed{\frac{h}{120} = \frac{d_2}{d}}$$ *(2 pt)*

De même dans le triangle ABM, avec les parallèles (CH) et (BM), on a :

$$\frac{AH}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{CH}{BM} \quad \text{soit} \quad \frac{d_1}{d} = \frac{AC}{AB} = \frac{h}{180} \quad \text{et donc} \quad \boxed{\frac{h}{180} = \frac{d_1}{d}}$$ *(1 pt)*

2) Prouver alors que $\frac{h}{120} + \frac{h}{180} = 1$. En déduire la hauteur h.

En utilisant les deux égalités du 1°) on a : $\frac{h}{120} + \frac{h}{180} = \frac{d_2}{d} + \frac{d_1}{d} = \frac{d_2 + d_1}{d} = \frac{d}{d} = \boxed{1}$ *(1 pt)*

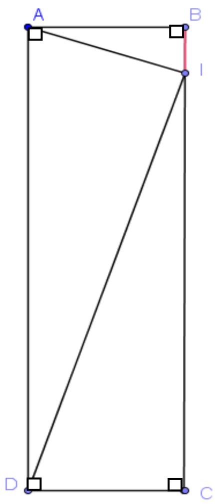
Par suite $\frac{h}{120} + \frac{h}{180} = 1$ *donc* $\frac{3h}{360} + \frac{2h}{360} = 1$ *soit* $\frac{5h}{360} = 1$ *et 5h =360 ; h = 360 :5=* $\boxed{72\text{ cm}}$ *(1 pt)*

*remarque : la hauteur h trouvée ne dépend pas de l'écartement des murs !!.

Exercice 4.

ABCD est un rectangle, *AB=3cm* et *BC=10cm* et *I* est le point du coté *[BC]* tel que *BI=1cm.*

a. Faire une figure. *(1 pt)*



b. Calculer AI^2 et DI^2.

Puisque ABCD est un rectangle, les triangles ABI et CDI sont rectangles en B et C respectivement.
Pour calculer AI^2, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABI, rectangle en B:

$AI^2 = AB^2 + BI^2$; $AI^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 =$ **10** *(1 pt)*

De même, pour calculer DI^2, on utilise le théorème de Pythagore dans le triangle DCI, rectangle en C : $DI^2 = DC^2 + CI^2$; $DI^2 = 9^2 + 3^2 = 81 + 9 =$ **90** *(1 pt)*

c. Montrer que le triangle *AID* est rectangle en *I*. *(2 pts)*

Rappel : pour montrer qu'un triangle est rectangle, on utilise la réciproque de Pythagore
pour montrer qu'un triangle n'est pas rectangle, on utilise la contraposée de Pythagore

{Ici, c'est donc la réciproque de Pythagore qui nous prouvera que le triangle ADI est bien rectangle en I}

« Dans un triangle, si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle, d'hypoténuse son plus grand côté ».

D'une part : $AD^2 = 10^2 = 100$ *(le carré du plus grand côté…)*
D'autre part : $AI^2 + DI^2 = 10 + 90 = 100$ *(d'après b.). (la somme des carrés des deux autres côtés…)*

D'après la réciproque de Pythagore énoncée ci-dessus, comme $AD^2 = AI^2 + DI^2 = 100$, le triangle ADI est rectangle en I *(ou d'hypoténuse [AD]…..)*

Quelques remarques utiles :

Lorsque l'on utilise une propriété, il faut toujours citer son nom s'il existe :

J'utilise le théorème de Pythagore..
Par suite, d'après le théorème de Thalès, on a..
D'après la réciproque de Pythagore..
En utilisant le théorème des milieux dans..
Les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles, d'après la contraposée de Thalès..
Etc…..

Le symbole « à peu près égal à » est ≈ *(normalisation des symboles depuis une quinzaine d'années)*